Coleção

A Candeia

Apresentação

É com grande satisfação que apresentamos a vocês a coleção "A Candeia", uma extraordinária série de livros didáticos católicos que tem como objetivo principal formar os alunos como verdadeiras luzes para o mundo. Acreditamos que a educação seja uma ferramenta poderosa para transmitir conhecimento e valores, e a coleção Candeia é o resultado dessa convicção.

A palavra "Candeia" tem uma simbologia especial, pois faz referência ao trecho bíblico em que Nosso Senhor Jesus Cristo diz: "Ninguém acende uma candeia e a coloca debaixo do alqueire. Pelo contrário, coloca-a no lugar apropriado, e assim ilumina a todos os que estão na casa" (Mateus 5, 15). Esta metáfora representa a missão da coleção Candeia: despertar a luz interior de cada estudante, capacitando-o a iluminar o mundo ao seu redor com sabedoria, bondade e virtude, e a transmitir a Verdade.

Os livros da coleção Candeia foram desenvolvidos com base em um rigoroso processo de pesquisa e planejamento, combinando conteúdo acadêmico sólido com uma perspectiva católica autêntica, com base no realismo tomista.

O realismo tomista é um método filosófico e educacional que se baseia nas ideias do filósofo e teólogo medieval Santo Tomás de Aquino. Este método busca fornecer aos estudantes uma compreensão profunda e abrangente do conhecimento, unindo fé e razão. Através deste método, os alunos são encorajados a explorar a realidade objetiva e a buscar a verdade por meio da observação cuidadosa, da análise racional e da reflexão crítica. O realismo tomista destaca a importância de uma educação sólida e equilibrada, que valorize tanto a dimensão intelectual quanto a moral, preparando os estudantes para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo com sabedoria e discernimento.

Com uma abordagem interdisciplinar, os livros abrangem áreas como ensino religioso, língua portuguesa, matemática, ciências, história e geografia, sempre permeadas por princípios e ensinamentos da fé católica.

Agradecemos a oportunidade de apresentar a coleção "A Candeia" e convidamos todos vocês a embarcar nesta jornada de formação integral, para que se tornem verdadeiras luzes para o mundo.

Introdução

A coleção 'A Candeia' de matemática foi desenvolvida especialmente para adolescentes do Ensino Fundamental 2. Por isso, foram elaborados um ordenamento e uma graduação de dificuldades adequados a esta faixa etária. Todos os exercícios propostos foram estruturados de forma dinâmica e harmoniosa, levando em consideração as capacidades motoras que essas crianças já adquiriram até esta idade.

Bem-vindo ao mundo fascinante da matemática, onde os números e as formas revelam padrões intrincados. Neste material didático, vamos explorar a abordagem do realismo tomista na matemática, mergulhando em uma visão filosófica que enriqueça nossa compreensão desta disciplina tão fundamental.

O realismo tomista é uma corrente filosófica que se baseia nos ensinamentos do renomado teólogo e filósofo medieval Santo Tomás de Aquino. Esta abordagem filosófica busca integrar a razão e a fé, vendo a realidade como um reflexo do plano divino.

Ao adotar o realismo tomista na matemática, somos desafiados a ir além da simples manipulação de símbolos e a mergulhar na compreensão profunda e significativa dos conceitos matemáticos. Através desta abordagem, buscamos compreender a lógica subjacente às operações matemáticas e a beleza intrínseca das relações numéricas.

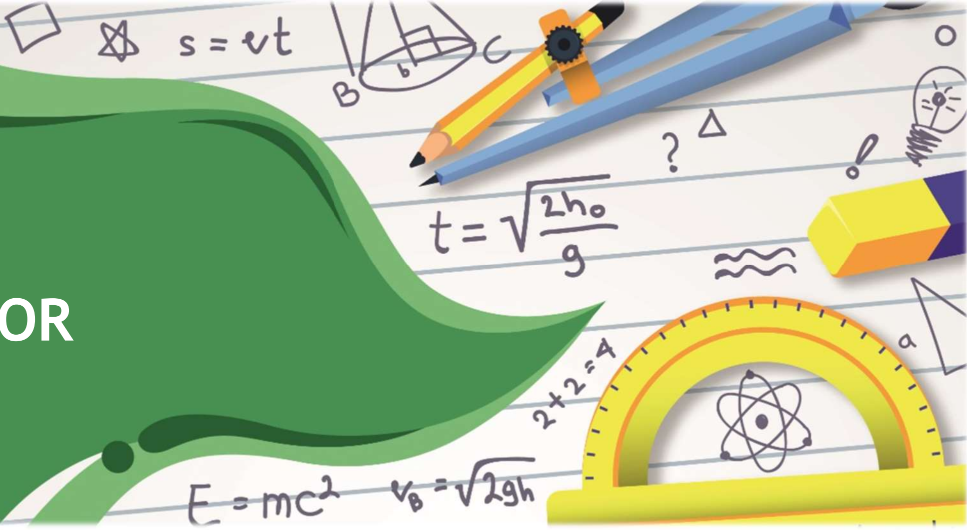
Ao longo deste material didático, vamos explorar diferentes tópicos matemáticos, com o aprofundamento de adição e subtração, multiplicação, divisão, fração, geometria e até gráficos. Cada conceito será apresentado de forma clara e acessível, com exemplos práticos e exercícios que o ajudarão a consolidar seu conhecimento.

Preparado para embarcar nesta jornada em busca da verdade matemática? Então, vamos começar! Desafie-se, questione e mergulhe nas maravilhas da matemática, enquanto abraça a visão filosófica que nos leva além dos números, rumo ao conhecimento mais profundo e à admiração pelo mundo que nos cerca.

Organização do livro

Este livro será organizado em lições, de forma que cada lição contenha exatamente o que seu filho precisa aprender em um dia de estudos. Ao todo, serão 144 lições durante o ano. Também trabalharemos conceitos recorrentes para que sejam bem compreendidos, com graduação de dificuldades.

Bons estudos!



Lição 3

DIVISIBILIDADE POR 2 E POR 3

Divisibilidade por 2

É possível saber se um número será divisível por 2 sem realizar a conta, isto é, sem verificar se a divisão não possui resto. A regra é a seguinte:

Um número é divisível por 2 se for um número par, isto é, se termina em 0, 2, 4, 6 ou 8.

Exemplo

- 14 é divisível por 2 porque é par (termina em 4).
- 60 é divisível por 2 porque é par (termina em 0).

Divisibilidade por 3

Da mesma forma, sem realizar nenhuma operação, é possível dizer se um número é divisível por 3, seguindo a regra:

Um número natural é divisível por 3 se a soma de seus dígitos também for divisível por 3.

Exemplo:

- 162 é divisível por 3, pois 1 + 6 + 2 = 9 e 9 é divisível por 3 (9 *está na tabuada do* 3 *e isto significa que ele pode ser dividido por* 3 → 9 ÷ 3 = 3)
- 42 é divisível por 3, pois 4 + 2 = 6 e 6 é divisível por 3 (6 *está na tabuada do* 3 *e isto significa que ele pode ser dividido por* 3 → 6 ÷ 3 = 2)

Note que 42 e 162 também são divisíveis por 2 porque são pares (terminam em 2). Um número pode ser divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo. Para que isso ocorra, basta que satisfaça as regras de ambos os testes de divisibilidade.

Atividades

1. Como saber se um número é divisível por 2 sem realizar a operação da divisão?

2. O que são números pares?

3. Verifique se os números a seguir são divisíveis por 2 sem realizar conta:

a) 15
b) 26
c) 91
d) 10
e) 17
f) 63
g) 42
h) 81
i) 50
j) 54
k) 36
l) 29
m) 13
n) 16
o) 18
p) 92
q) 100
r) 107
s) 109
t) 110

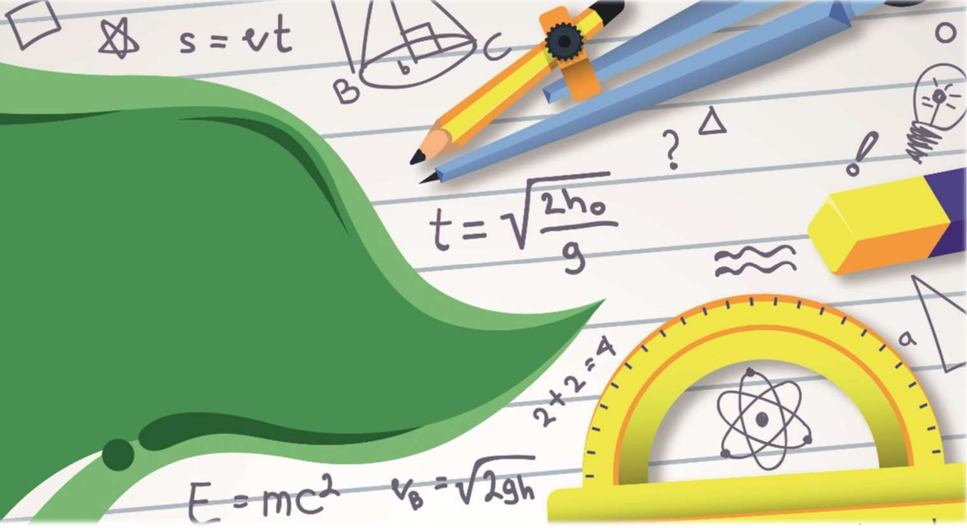
4. Como saber se um número é divisível por 3 sem realizar a operação da divisão?

5. Escreva em seu caderno quanto é:

a) 3 x 1
b) 3 x 2
c) 3 x 3
d) 3 x 4
e) 3 x 5
f) 3 x 6
g) 3 x 7
h) 3 x 8
i) 3 x 9
j) 3 x 10
k) 3 x 11
l) 3 x 12
m) 3 x 13
n) 3 x 14
o) 3 x 15

6. Verifique se os números a seguir são divisíveis por 3:

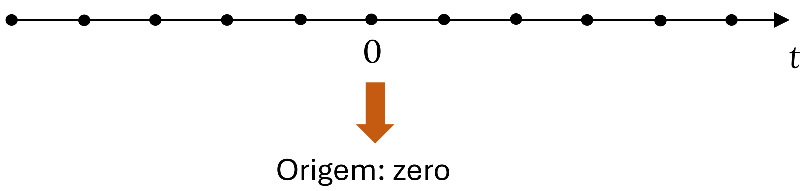
a) 27
b) 18
c) 45
d) 14
e) 33
f) 22
g) 39
h) 50
i) 72
j) 81
k) 16
l) 63
m) 55
n) 9
o) 60
p) 91



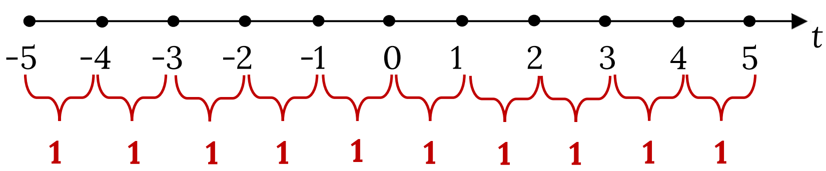
Lição 14

RETA NUMÉRICA

A reta numérica é uma representação visual dos números INTEIROS que nos permite compreender e compará-los. Considere a reta *t* a seguir. Para representar nela os números negativos, os positivos e o zero, começamos com a escolha de um ponto que será a origem (o zero).



Em seguida, precisamos escolher uma unidade ser a distância entre cada ponto. Vamos definir que a distância entre um ponto e outro será de 1 cm. Escreva os negativos à esquerda do zero e os positivos à direita:

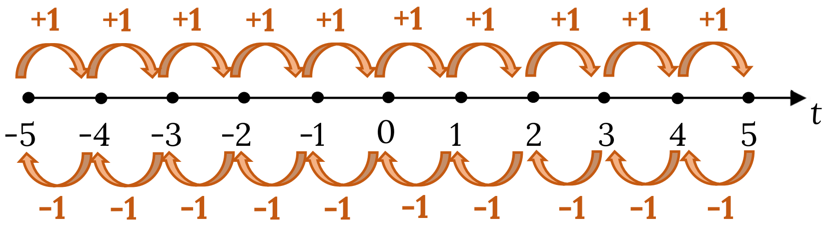


Perceba que a reta é infinita em ambos os sentidos: cresce infinitamente para direita e decrescente infinitamente para esquerda. Dessa maneira, não é possível dizer um número que seja maior ou menor que todos os outros. Podemos dizer que os números estão organizados de forma crescente, da esquerda para direita.

O antecessor de um número inteiro é o número que vem imediatamente *antes* dele (à esquerda). Por exemplo, o antecessor de -3 é -4.

O sucessor de um número inteiro é o número que vem imediatamente *depois* dele (à direita). Por exemplo, o sucessor de -1 é 0.

Para determinar o termo seguinte a um número qualquer basta somar 1 e para determinar o termo anterior a um número basta subtrair 1! Veja a representação a seguir.



A reta é uma ferramenta versátil que ajuda a tornar os conceitos abstratos da matemática mais tangíveis e visuais, facilitando o entendimento e a comunicação de ideias matemáticas.

Atividades

1. O que é a reta numérica e qual é seu propósito na matemática?

2. Como representamos os números negativos, positivos e o zero em uma reta numérica?

3. Como determinamos o termo seguinte a um número inteiro em uma reta numérica?

4. Como determinamos o termo anterior a um número inteiro em uma reta numérica?

5. Desenhe uma reta numérica em seu caderno representando os números de -9 a 9.

6. Responda:

- **a)** Qual é o antecessor de -1?
- **b)** Qual é o sucessor de -4?
- **c)** Qual é o antecessor de -2?
- **d)** Qual é o sucessor de -5?

7. Determine o antecessor e o sucessor dos números inteiros a seguir:

- **a)** -15
- **b)** -9
- **c)** 50
- **d)** 21
- **e)** 10
- **f)** 15
- **g)** -11
- **h)** -1
- **i)** 0
- **j)** 10
- **k)** 100
- **l)** -100
- **m)** 999
- **n)** 99
- **o)** -99
- **p)** -1000
- **q)** 1

Lição 20

SUBTRAÇÃO DE INTEIROS

Operação fechada no conjunto $\mathbb{Z}$

A conta 1 – 3 era *impossível* de ser realizada no conjunto dos naturais ($\mathbb{N} = \{0,1,2,3...\}$), pois não existiam números negativos. Por isso, dizíamos que a subtração era uma operação com restrição no número dos naturais. No conjunto dos inteiros, a subtração não tem restrições!

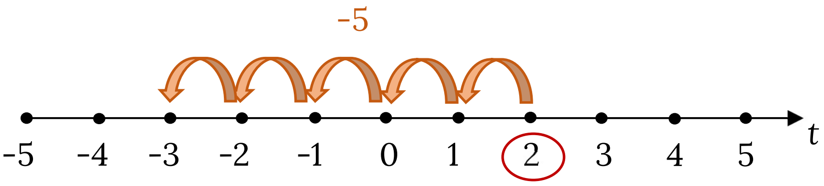
A subtração de dois inteiros resulta em um inteiro e, por isso, dizemos que é uma ***operação fechada***:

$$\mathbb{Z} - \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

Subtração de dois positivos (antes impossível em $\mathbb{N}$)

A operação "2 – 5" não era possível no conjunto dos números naturais. Agora, podemos realizá-la no conjunto dos inteiros. Há dois modos:

1. Construindo a reta numérica:



Queremos subtrair 5 de dois. Então, ***andamos cinco casas à esquerda de 2***. Logo, 2 – 5 = -3.

2. Fazendo a subtração do maior menos o menor. O resultado será negativo.

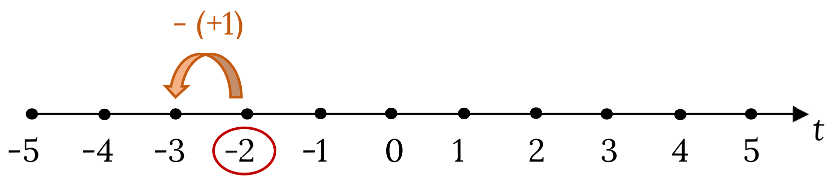
2 – 5 → faça 5 – 2 = 3.

O 3 será negativo, pois estamos tirando 5 de 2 e 5 > 2. Logo, 2 – 5 = -3.

Subtração de um negativo e um positivo

A operação: -2 – (+1) pode ser realizada de dois modos:

1. Construa a reta numérica:



Você vai subtrair 1 de -2. Então, ***ande uma casa para esquerda de -2***. Logo, -2 + (-1) = -3.

2. Elimine o excesso de sinais: -2 – (+1) = -2 – 1. Lembre-se, dois sinais diferentes juntos podem ser trocados por um “-“ (menos).

Você ficará numa situação igual à da adição de dois negativos. Some os módulos dos números e o resultado será negativo.

|-2| = 2 e |1| = 1

2 + 1 = **3**

O resultado é negativo.

Portanto, -2 – 1 = -**3**

Subtração de dois negativos

A operação: -5 – (-3) é um pouco diferente das outras. Quando há dois sinais iguais juntos, pela ***regra de sinal***, é possível trocá-los por um “+” (mais). Então, vamos reescrever essa operação:

-5 – (-3) = -5 + 3.

Você ficará numa situação igual à da adição de números com sinais contrários.

Subtraia os módulos dos números.

|-5| = 5 e |3| = 3

5 - 3 = **2**

Como |-5| é maior que |3|, o sinal do resultado será igual ao sinal de *5.

O resultado é negativo.

Portanto, -5 – (-3) = -5 + 3 = -2

Subtração de um positivo com um negativo

A operação: 7 – (-10) é semelhante à subtração de dois negativos. Como vimos, podemos trocar os dois "-" juntos por um "+" (mais). Então, vamos reescrever essa operação:

7 – (-10) = 7 + 10.

Neste caso, basta operar normalmente, pois temos uma adição de dois números positivos.

7 + 10 = 17

Portanto, 7 – (-10) = 17

Atividades

1. Efetue:

a) 8 - 5 =

b) 12 - 7 =

c) 3 - 8 =

d) 10 - 15 =

e) -5 - 3 =

f) -8 - 12 =

g) -10 - (-3) =

h) -4 - (-8) =

i) 15 - (-5) =

j) (-7) - 4 =

k) (-12) - (-8) =

l) (-3) - (-10) =

m) 6 - (-2) =

n) (-9) - 2 =

o) (-15) - (-7) =

p) 20 - (-10) =

q) (-4) - 5 =

r) (-20) - (-15) =

s) 25 - (-15) =

t) 17 - (-22) =

u) (-8) - 20 =

v) (-25) - (-12) =

w) 30 - 7 =

x) (-6) - (-6) =

y) (-18) - (-18) =

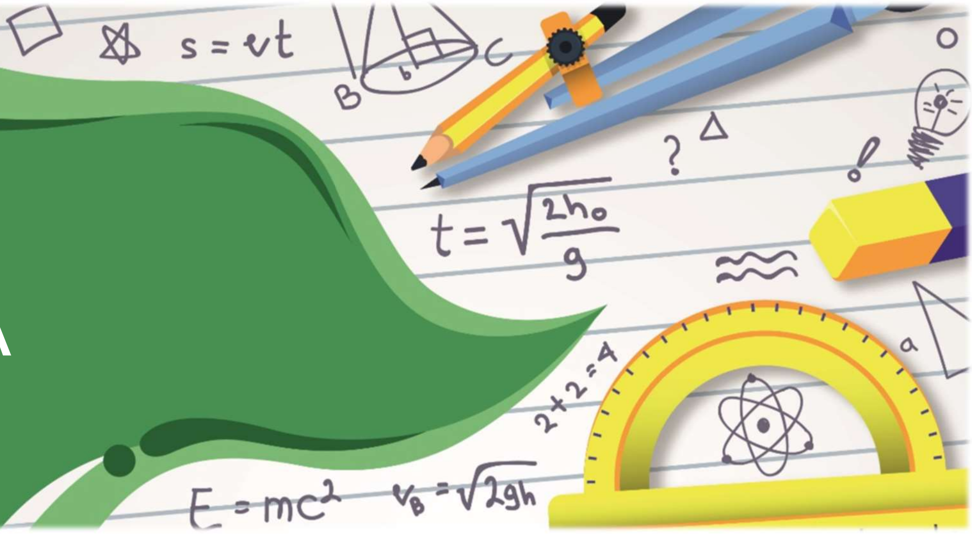
z) 13 - (-13) =

aa) (-35) - (-20) =

2. Uma cidade registrou uma temperatura de -15° C. A cidade vizinha registrou uma temperatura de -10°C. Qual é a diferença entre as temperaturas?

Lição 26

DISTRIBUTIVA DA MULTIPLICAÇÃO



Neste capítulo, vamos explorar uma propriedade da multiplicação conhecida como "propriedade distributiva". Essa propriedade descreve como a multiplicação se comporta em relação à uma adição e subtração, permitindo-nos simplificar expressões.

A propriedade distributiva da multiplicação

A propriedade distributiva da multiplicação afirma que "**a multiplicação de um número por uma soma ou subtração é o mesmo que multiplicar o número por cada um dos termos e depois somar ou subtrair os produtos resultantes**". Matematicamente, a propriedade distributiva é expressa da seguinte forma:

$$\mathbf{a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)}$$

Ou:

$$\mathbf{a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)}$$

Exemplos:

- **3 x (4 + 2) =**

$$3 \times (4 + 2) = (3 \times 4) + (3 \times 2) =$$

$$12 + 6 =$$

$$18$$

Note que a propriedade é verdadeira, pois a soma fosse feita primeiro, o resultado seria o mesmo:

$$\mathbf{3}\ x\ \mathbf{(4 + 2)} = 3\ x\ (6) = 18$$

- **-2** x **(7 - 5)=**

Quando ouver um número negativo se atente aos sinais:

$$-2\ x\ (7 - 5) = (-2\ x\ 7) - (-2\ x\ 5) =$$

$$= -14 - (-10)$$

$$= -14 + 10$$

$$= -4$$

Note que a propriedade é verdadeira, pois a subtração fosse feita primeiro, o resultado seria o mesmo:

$$\mathbf{-2}\ x\ \mathbf{(7 - 5)} = \mathbf{-}2\ x\ (2) = -4$$

Agora pode parecer sem sentido não resolver a soma ou a subtração primeiro. Contudo, quando as expressões algébricas e equações forem estudadas essa propriedade fará todo sentido e será muito útil.

Atividades

1. Resolva:

a) 2 x (3 + 4) =

b) (-5) x (2 - 3) =

c) 6 x (7 - 2) =

d) (-4) x (5 + 1) =

e) 3 x (-2 + 6) =

f) (-8) x (9 - 7) =

g) (-3) x (-4 + 2) =

h) 10 x (2 - 5) =

i) 7 x (8 + 1) =

j) (-6) x (3 - 9) =

k) 5 x (-7 + 6) =

l) 2 x (10 - 4) =

m) (-9) x (2 + 5) =

n) 4 x (-3 - 1) =

o) 6 x (-2 + 3) =

p) (-5) x (-7 - 2) =

q) 3 x (8 - 6) =

r) (-10) x (4 + 2) =

s) (-2) x (-5 - 1) =

t) (-4) x (9 + 3) =

u) (-7) x (-3 - 2) =

v) 8 x (6 - 5) =

w)2 x (-1 + 7) =

x) (-6) x (5 - 2) =

y) 4 x (-9 + 4) =

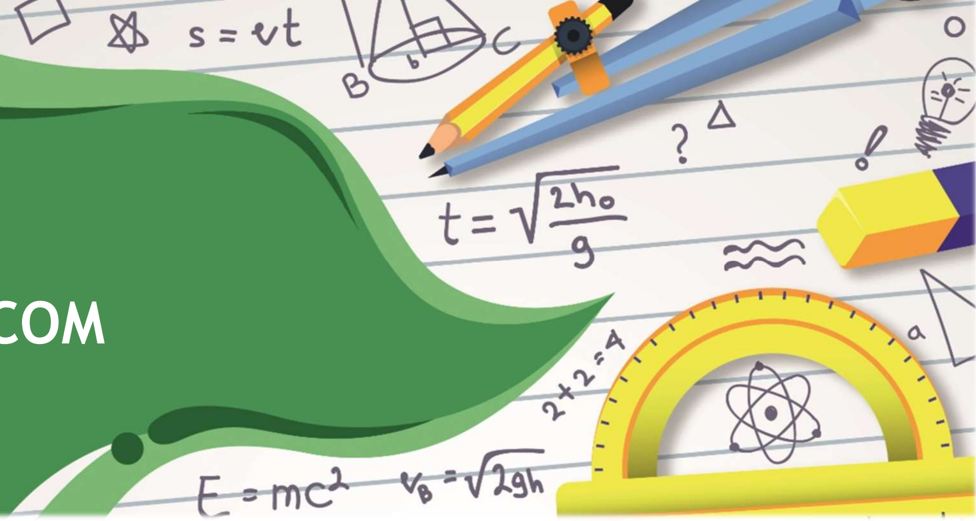
z) (-8) x (-6 - 3) =

aa) 5 x (-4 + 6) =

bb) (-3) x (1 - 8) =

cc) 7 x (10 + 3) =

dd) (-1) x (-2 - 5) =



Lição 28

DIVISÃO EXATA COM INTEIROS

Termos da divisão

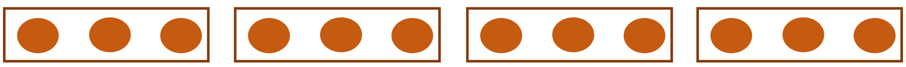
Os termos da divisão são:

dividendo ← 12 | 3 → **divisor**

− 12   4 → **quociente**

0 → **resto**

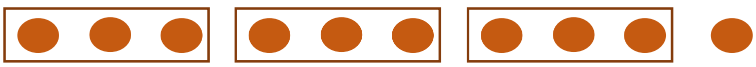
O *dividendo* é o número que está sendo dividido pelo *divisor*. O quociente é o resultado da divisão. Quando uma divisão é exata, o resto é igual a zero. Isso quer dizer que o divisor divide uniformemente o dividendo em partes iguais:



12 pode ser dividido em 4 partes, com 3 unidades cada uma! Não sobra nenhuma unidade, ou seja, não há resto.

Divisão não exata

Em alguns casos, a divisão não é exata, e isso significa que o número não pode ser dividido em partes iguais. Por exemplo, se tentarmos dividir 10 por 3, não obteremos uma divisão exata. Nesse caso, diremos que há um "resto". A resposta seria 3 cabe 3 vezes em 10, com um resto de 1 (10 ÷ 3 = 3 com um resto de 1):



10 <u>NÃO</u> pode ser dividido *IGUALMENTE* em 3 partes. Sobra uma unidade, ou seja, o resto é igual a 1.

Divisão como operação inversa da multiplicação

A divisão é a operação inversa da multiplicação porque ela "desfaz" o que a multiplicação fez.

Exemplo:

Imagine que um número foi multiplicado por 3:

2 x 3 = **6**

Se o número 6 for dividido pelo mesmo número que foi multiplicado, isto é, se a operação 6 ÷ 3 for realizada, volta-se ao número original:

6 ÷ **3** = **2**

A relação entre a multiplicação e a divisão

É possível ter uma ***prova real da divisão exata***. Ao encontrar um quociente e ficar na dúvida se o resultado está correto, basta multiplicar:

Quociente x Divisor = Dividendo

Se você não encontrar o dividendo quando operar *quociente x divisor*, a divisão está errada.

Se a divisão não for exata, basta operar *quociente x divisor* e somar com o resto:

(Quociente x Divisor) + Resto = Dividendo

Propriedades da Divisão

1) Qualquer número dividido por 1 é igual a ele mesmo.

2) Qualquer número dividido por ele mesmo é igual a 1.

3) A ordem dos números na divisão importa; ou seja, a divisão não é comutativa, assim como a subtração não o é.

4) Para GARANTIR que a divisão será exata, o dividendo deve ser múltiplo do divisor.

5) A divisão com números negativos segue o mesmo **jogo de sinais da multiplicação**. Isto é, se os sinais forem iguais (+, + ou -,-) a divisão terá um quociente positivo. Se os sinais forem diferentes (+, -), a divisão terá um quociente negativo.

Exemplos:

1) 10 ÷ 1 = 10.

2) 5 ÷ 5 = 1.

3) 15 ÷ 5 não é o mesmo que 5 ÷ 15.

4) Sabemos que a conta 28 ÷ 7 é exata porque 28 é múltiplo de 7 (7 *x* 4 = 28).

5) -150 ÷ 3 = -50 (sinais diferentes, resultado negativo) e -5 ÷ - 1 = 5 (sinais iguais, resultado positivo). Você pode operar normalmente 150 ÷ 3 normalmente na chave e colocar o sinal negativo apenas ao final.

Atividades

1. Quais são os termos da divisão?

2. Quais são as propriedades da divisão?

3. Por que dizemos que a divisão é a operação inversa da multiplicação?

4. O que caracteriza uma divisão como exata? E como não exata?

5. Como obter a ***prova real*** de uma divisão exata? E de uma não exata?

6. Calcule:

a) -12 ÷ 3
b) 20 ÷ -4
c) -16 ÷ -2
d) 9 ÷ -3
e) -25 ÷ -5
f) -18 ÷ 6
g) 24 ÷ 8
h) 14 ÷ -7
i) -35 ÷ -5
j) 30 ÷ -6
k) -27 ÷ 9
l) -21 ÷ -7
m) 45 ÷ 9
n) 15 ÷ -5
o) -36 ÷ 6
p) -48 ÷ -8
q) 10 ÷ 2
r) 32 ÷ -4
s) -28 ÷ 7
t) -42 ÷ -6
u) 56 ÷ -8
v) -63 ÷ 9
w) -490 ÷ 7
x) 810 ÷ -9
y) -720 ÷ -8
z) 456 ÷ 6
aa) -783 ÷ 9 =

7. Faça a prova real das operações do exercício anterior.